



## *Simulations of the effects of dual-frequency signal on the nonlinear element*

### *Моделирование воздействия двухчастотного сигнала на нелинейный элемент*

*Alexander Plotnikov, Daria Schetnicova, Juraj Štefanovič*

*Александр Плотников, Дарья Щетникова, Juraj Štefanovič*

#### **Abstract:**

---

*Due to the significant increase in the number of wireless devices in the conduct of development of modern telecommunication systems there are strict requirements on what should be the spectrum of the transmitted signal. This is because when there is a formation and amplification of the useful signal due to nonlinear characteristics of the transmission path there are different out-of-band radiation. Out-of-band components falling in the frequency region of the transmission channel, such as harmonics of the operating frequency, simply suppressed by the output filter. Intermodulation products of odd order, on the contrary, lie near the operating frequency and directly pass to the output of the transmitting device. The power amplifier is an important part of wireless data transmission, increase the power of the radio signal to the required level before it is broadcast. Currently, amplifiers are widely used transistors and integrated circuits. Nonlinear distortions occur due to the nonlinearity of current voltage characteristics of the amplifying elements (e.g., transistors) and are manifested in the distortion of the amplified signal. Transistor amplifier is a nonlinear element, and the methodology is considered, it can be used for other nonlinear elements used in transmitting and receiving devices. In the analysis of nonlinear circuits usually do not consider the processes occurring within the components of the circuit, and confined to their external characteristics. Usually this dependence of output current versus applied input voltage. Known solution to a model problem in which the coefficients of Berg in the case of single-frequency in*

fluence on the nonlinear element. Uses piecewise-linear approximation of current-voltage characteristics of the nonlinear element, i.e. during the analysis of the nonlinear element real feature is replaced by segments of straight lines with different slopes. In this work the developed methodology and the results of calculations of the coefficients of the Berg for dual-frequency input. The results can be useful in determining the spectral components of the signal in wireless communication systems is to find a compromise between the linearity of the system and its energy efficiency.

**Keywords:**

*Non-linear element, harmonic analysis, and the coefficients of the Berg.*

**ACM Computing Classification System:**

*Input/output and data communications-Data Communications Devices  
Input/output and data communications-Input/Output Devices  
Input/output and data communications- Interconnections (Subsystems)*

**Abstract:**

*В связи со значительным увеличением количества устройств беспроводной связи, при проведении разработок современных систем телекоммуникации существуют жесткие требования к тому, какой должен быть спектр передаваемого сигнала. Это определяется тем, что когда идет формирование и усиление полезного сигнала, вследствие нелинейной характеристики передающего тракта, появляются разные внеполосные излучения. Внеполосные составляющие, не попадающие в частотную область канала передачи, например гармоники рабочей частоты, достаточно просто подавляются выходным фильтром. Интермодуляционные составляющие нечётного порядка, наоборот, лежат вблизи рабочей частоты и непосредственно проходят на выход передающего устройства. Усилитель мощности является важной составной частью устройств беспроводной передачи данных, увеличивающий мощность радиосигнала до необходимого уровня прежде чем он будет передан в эфир. В настоящее время в усилителях широко применяют транзисторы и интегральные микросхемы. Нелинейные искажения возникают из-за нелинейности вольтамперных характеристик усилительных элементов (например, транзисторов) и проявляются в искажении формы усиливаемого сигнала. Транзисторный усилитель является нелинейным элементом, и методология, которая рассматривается нами, может быть использована и для других нелинейных элементов, применяемых в приемно-передающих устройствах. При анализе нелинейных цепей обычно не рассматривают процессы, происходящие внутри элементов, составляющих эту цепь, а ограничиваются лишь внешними их характеристиками. Обычно это зависимость выходного тока от приложенного входного напряжения. Известно решение модельной задачи, в которой получены коэффициенты Берга в случае одночастотного воздействия на нелинейный элемент. Используется кусочно-линейная аппроксимация вольтамперной характеристики нелинейного элемента, то есть при анализе работы нелинейного элемента реальная характеристика заменяется отрезками прямых линий с различными наклонами. В данной работе разработана методика и приведены результаты расчетов*

*коэффициентов Берга для двухчастотного входного воздействия. Результаты работы могут быть полезны при определении спектральных составляющих сигнала в беспроводных системах связи для поиска компромисса между линейностью системы и ее энергоэффективностью.*

**Keywords:**

*Нелинейный элемент, гармонический анализ, коэффициенты Берга..*

▀ **Введение**

При построении современных беспроводных систем связи разработчикам приходится сталкиваться с множеством проблем. Среди них необходимо решать большое число задач, которые связаны с обеспечением электромагнитной совместимости (ЭМС) технических средств, что относится к возможностям таких средств одновременным образом работать для реальных условий эксплуатации при требуемом качестве, когда идет воздействие на них непреднамеренных электромагнитных помех, при этом не должны создаваться недопустимые электромагнитные помехи для других технических средств [1, 2].

Любая из спектральных составляющих сигнала в беспроводной сети от передающего устройства по пути к приемному устройству проходит по фидерному тракту и антенне приемника, внешнему пространству между антеннами приемника и передатчика, антенну и фидерный тракт приемника. Должны обеспечиваться избирательные свойства трактов приемника и передатчиков.

Хотя, полностью транзисторные усилители для современного этапа развития радиоэлектроники используют довольно редко, но определенные каскады, например входные или выходные, которые строятся с применением транзисторов, можно встретить довольно часто [3-5].

Транзисторный усилитель является нелинейным элементом, и методология, которая рассматривается нами, может быть использована и для других нелинейных элементов, применяемых в приемно-передающих устройствах.

Целью данной работы является вывод новых выражений для коэффициентов Берга при двухчастотном воздействии на нелинейный элемент.

▀ **1 Анализ литературных источников по рассматриваемой проблеме**

При анализе нелинейных цепей, входящие в беспроводные системы связи, нельзя пользоваться принципом суперпозиции (наложения), так как параметры цепи при одном источнике отличаются от параметров при нескольких источниках. Нельзя также пользоваться и методами расчета цепей, основанными на принципе наложения: методом контурных токов, методом узловых потенциалов и др. По этой причине основным методом расчета нелинейных цепей является решение исходных нелинейных уравнений [6]. Главная сложность на этом пути - отсутствие универсальных способов решения таких уравнений. Отсюда оригинальность и часто неповторимость методов решения конкретных задач.

Все известные методы можно разделить на три группы: 1) графические, 2) графоаналитические, 3) численные.

Применение графоаналитических и численных методов предполагает два этапа. На первом этапе ВАХ, определенная экспериментальным путем и представленная в виде таблицы или графика, заменяется аналитической функцией. Такая замена называется аппроксимацией [7]. На практике пользуются сравнительно простыми аппроксимирующими функциями, удобными при аналитическом исследовании, хотя и неточно представляющими реальную характеристику. На втором этапе аналитическое выражение вольтамперной характеристики (ВАХ) используется совместно с исходным нелинейным уравнением для нахождения его решения.

## 2 Методика

Когда усилитель работает в, так называемом режиме А (рис. 1), то он функционирует без отсечки, то есть выходной ток не равен 0 для всего периода входного тока. Но такой режим характеризуется относительно небольшим (менее 50%) КПД.

На практике используют режимы АВ и В (рис. 2 и рис. 3), в которых транзистором усиливается только одна полуволна гармонического колебания и происходит переход в режим отсечки сигнала.

В таких режимах КПД может быть на несколько десятков процентов больше.

Далее мы проведем гармонический анализ при прохождении сигнала через нелинейный элемент (транзисторный усилитель) [8-10].

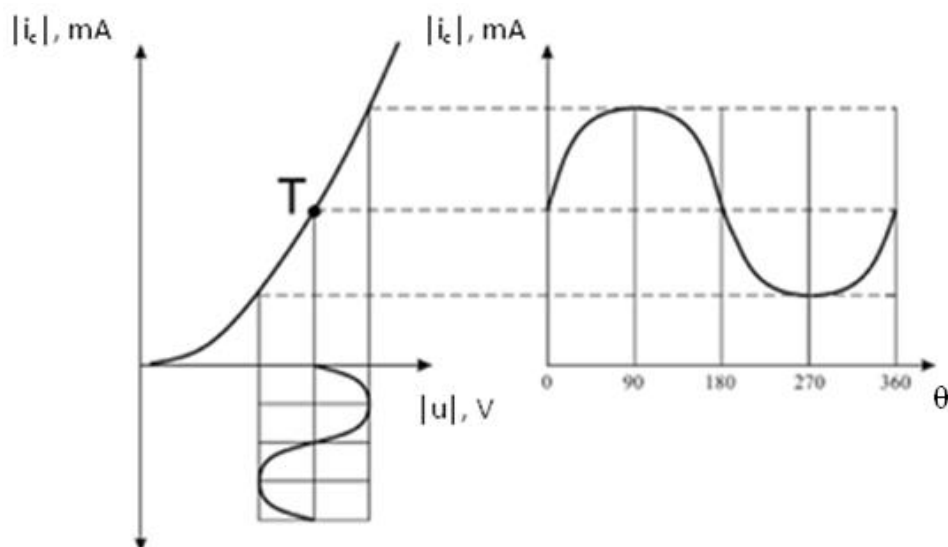


Рисунок 1. Работа усилителя в режиме А

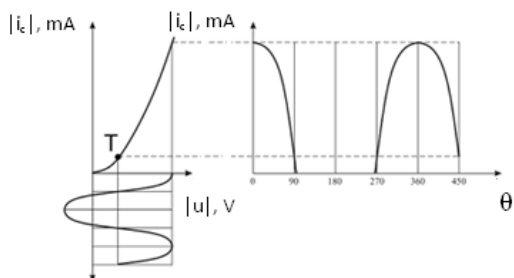


Рисунок 2. Работа усилителя в режиме АВ

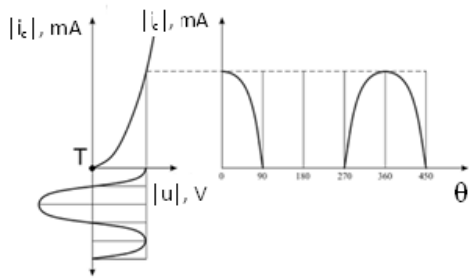


Рисунок 3. Работа усилителя в режиме В

Когда на нелинейный элемент воздействует сигнал, имеющий большую амплитуду и рабочая точка выбирается на нижнем изгибе ВАХ в ряде случаев применяют ее кусочно-линейную аппроксимацию (рис. 4). В таком случае для аналитического выражения ВАХ записывают:

$$i = \begin{cases} 0, u < U_1 \\ S(u - U_1), u > U_1 \end{cases} \quad (1)$$

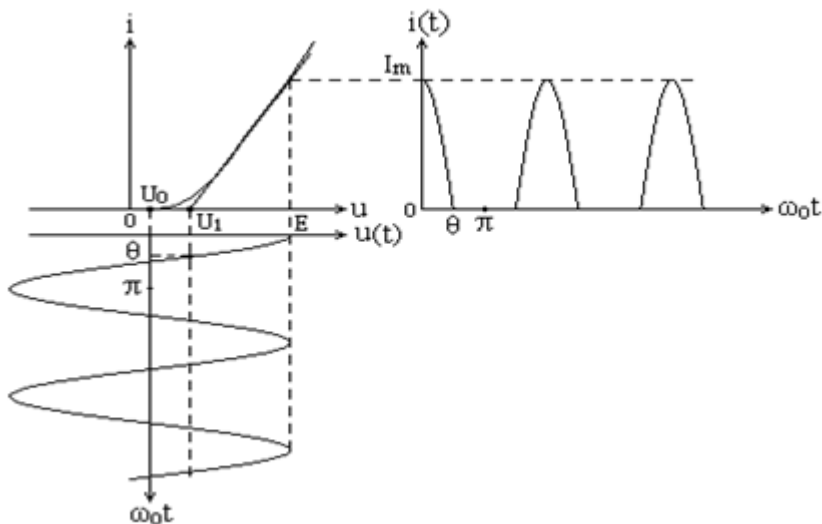


Рисунок 4. Кусочно-линейная аппроксимация ВАХ

Значение напряжения в рабочей точке равно  $U_0, U_1$  – является напряжением отсечки.

В литературе в качестве модельной задачи рассматривают случай, когда на вход анализируемого элемента подают гармонический сигнал, который имеет следующий вид,  $s(t) = E \cos(\omega_0 t)$ .

Мы приведем основные соотношения, которые в дальнейшем будут использованы при выводе новых выражений коэффициентов Берга для двухчастотного воздействия.

Итак, при учете напряжения на рабочей точке для входного воздействия на нелинейный элемент мы имеем

$$u(t) = U_0 + E \cos(\omega_0 t) . \quad (2)$$

Угол отсечки  $\theta$ , соответствует изменению тока от максимального значения до нуля.

Если использовать выражение для ВАХ в виде (1), то выходной ток рассчитывается следующим образом:

$$i(t) = S(U_0 + E \cos(\omega_0 t) - U_1), \text{ если } -\theta \leq \omega t \leq \theta . \quad (3)$$

Данное выражение можно переписать так:

$$i(t) = SE \left( \cos(\omega_0 t) - \frac{U_1 - U_0}{E} \right) = \frac{I_m}{1 - \cos\theta}, (\cos(\omega_0 t) - \cos\theta), \quad (4)$$

если  $-\theta \leq \omega t \leq \theta$ ,

где амплитуда выходного тока  $I_m = S(E - (U_1 - U_0)) = SE(1 - \cos\theta)$ .

Выходной ток представляется в виде суммы гармоник, это можно сделать, используя разложение в ряд Фурье

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \cos(k\omega_0 t). \quad (5)$$

Амплитуды гармонических составляющих рассчитываются так:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(t) dt, I_k = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(t) \cos(k\omega_0 t) dt \quad (6)$$

Если выполнить замену переменной  $t = \omega_0 t$ , то после вычисления интегралов и математических преобразований мы получим для амплитуд гармонических составляющих:

$$I_0 = I_m \frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)}, I_1 = I_m \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)}, I_m = I_m \frac{\sin k\theta \cos\theta - k \cos k\theta \sin\theta}{k\pi(k^2 - 1)(1 - \cos\theta)}. \quad (7)$$

Величины

$$\alpha_0(\theta) = \frac{I_0}{I_m} = \frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)}, \alpha_1(\theta) = \frac{I_1}{I_m} = \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)}, \alpha_k(\theta) = \frac{I_k}{I_m} = \frac{\sin k\theta \cos\theta - k \cos k\theta \sin\theta}{k\pi(k^2 - 1)(1 - \cos\theta)}. \quad (8)$$

называют коэффициентами Берга [8-10]. Отметим, что в известной литературы они приведены только для одночастотного воздействия на нелинейный элемент.

Они показывают, какая зависимость амплитуды у  $k$ -й гармоники тока от угла отсечки при постоянном значении величины максимальной амплитуды импульсов тока  $I_m = const$ , при этом происходит изменение угла отсечки вследствие того, что меняется амплитуда входного сигнала  $E$  и смещение  $U_0$ .

На рисунке 5 приведены графики  $\alpha_k(\theta)$  для  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ .

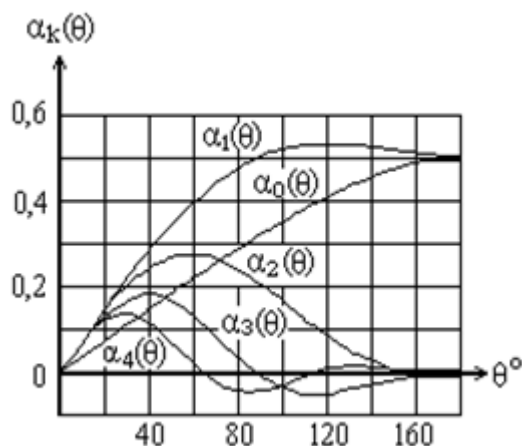


Рисунок 5. Угловые зависимости коэффициентов Берга

Далее, с использованием рассмотренного подхода мы выведем новые выражения для коэффициентов Берга при двухчастотном воздействии на нелинейный элемент.

Входное воздействие на нелинейный элемент мы запишем в следующем виде:

$$u(t) = U_0 + qE\cos(k\omega_0 t) + pE\cos(g\omega_0 t). \quad (9)$$

Напряжение отсечки:

$$U_1 = U_0 + qE\cos(k\theta) + pE\cos(g\theta). \quad (10)$$

Тогда

$$U_1 - U_0 = qE\cos(k\theta) + pE\cos(g\theta). \quad (11)$$

Выходной ток рассчитывается следующим образом:

$$\begin{aligned} i(t) &= S(u - U_1)U_0 + qE\cos(k\omega_0 t) + pE\cos(g\omega_0 t) - U_1 = \\ &= SE(q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \frac{U_1 - U_0}{E}) = \\ &= SE(q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta), \text{ если } -\theta \leq \omega t \leq \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Амплитуда выходного тока

$$I_m = SE(q + p - \cos\theta). \quad (13)$$

Подставив в (12) значение  $SE$ , получим

$$i(t) = \frac{I_m}{q+p-\cos\theta} (q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta). \quad (14)$$

Теперь определим гармоники выходного тока. Для этого воспользуемся рядом Фурье (5).

Амплитуды гармонических составляющих рассчитываются так(мы использовали таблицы интегралов [11]):

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(t) dt = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{I_m}{q+p-\cos\theta} (q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta) d\omega_0 t = \\
 &= \frac{I_m}{\pi(q+p-\cos\theta)} \int_0^{\theta} (q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta) d\omega t = \\
 &= \frac{I_m}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( \frac{q}{k} \cos(k\theta) + \frac{p}{g} \cos(g\theta) - \theta \cos\theta \right), \quad (15) \\
 I_1 &= \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) d\omega_0 t = \\
 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{I_m}{q+p-\cos\theta} (q\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta) \cos(\omega_0 t) d\omega_0 t = \\
 &= \frac{2I_m}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( q \left( \frac{\sin(k-1)\theta}{2(k-1)} + \frac{\sin(k+1)\theta}{2(k+1)} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + p \left( \frac{\sin(g-1)\theta}{2(g-1)} + \frac{\sin(g+1)\theta}{2(g+1)} \right) - \cos\theta(\cos\theta - 1) \right), \quad \text{при } k > 1, g > 1, \quad (16)
 \end{aligned}$$

Если, например,  $k=1$ , то применяя первый замечательный предел,  $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$ , получаем выражение

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{2I_m}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( \frac{2q}{\theta} + \frac{q\sin(k+1)\theta}{2(k+1)} + \right. \\
 &\quad \left. + p \left( \frac{\sin(g-1)\theta}{2(g-1)} + \frac{\sin(g+1)\theta}{2(g+1)} \right) - \cos\theta(\cos\theta - 1) \right), \quad (16')
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_n &= \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \\
 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{I_m}{q+p-\cos\theta} (\cos(k\omega_0 t) + p\cos(g\omega_0 t) - \cos\theta) \cos(n\omega_0 t) d\omega_0 t = \\
 &= \frac{2I_m}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( q \left( \frac{\sin(k-n)\theta}{2(k-n)} + \frac{\sin(k+n)\theta}{2(k+n)} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + p \left( \frac{\sin(g-n)\theta}{2(g-n)} + \frac{\sin(g+n)\theta}{2(g+n)} \right) - \frac{\cos\theta}{n} \sin\theta \right), \quad \text{при } k \neq n, g \neq n, \quad (17)
 \end{aligned}$$

Если, например,  $k=n$ , то применяя первый замечательный предел,  $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$ , получаем выражение

$$I_n = \frac{2I_m}{\pi(1+p-\cos\theta)} \left( \frac{2q}{\theta} + \frac{q\sin(k+n)\theta}{2(k+n)} + p \left( \frac{\sin(g-n)\theta}{2(g-n)} + \frac{\sin(g+n)\theta}{2(g+n)} \right) - \frac{\cos\theta}{n} \sin\theta \right). \quad (17')$$

В итоге для коэффициентов Берга для двухчастотного сигнала мы имеем:

$$\alpha_0(\theta) = \frac{I_0}{I_m} = \frac{1}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( \frac{q}{k} \cos(k\theta) + \frac{p}{g} \cos(g\theta) - \theta \cos\theta \right), \quad (18)$$

$$\alpha_1(\theta) = \frac{I_1}{I_m} = \frac{2}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( q \left( \frac{\sin(k-1)\theta}{2(k-1)} + \frac{\sin(k+1)\theta}{2(k+1)} \right) + p \left( \frac{\sin(g-1)\theta}{2(g-1)} + \frac{\sin(g+1)\theta}{2(g+1)} \right) - \cos\theta(\cos\theta - 1) \right), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \alpha_n(\theta) &= \frac{I_n}{I_m} \\ &= \frac{2}{\pi(q+p-\cos\theta)} \left( q \left( \frac{\sin(k-n)\theta}{2(k-n)} + \frac{\sin(k+n)\theta}{2(k+n)} \right) + p \left( \frac{\sin(g-n)\theta}{2(g-n)} + \frac{\sin(g+n)\theta}{2(g+n)} \right) - \frac{\cos\theta}{n} \sin\theta \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Формулы (18), (19), (20), которые мы вывели, являются новыми.

Далее приведем пример расчета коэффициентов Берга.

Пусть входной сигнал имеет следующие параметры:  $k=1$ ,  $g=5$ ,  $q=1$ ,  $p=2$ ,  $U_0=2$ . График сигнала (временная зависимость) приведен на рисунке 6.

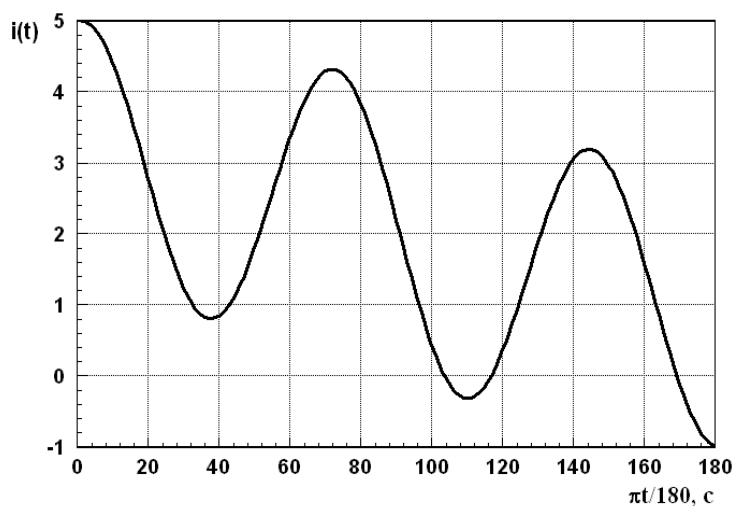
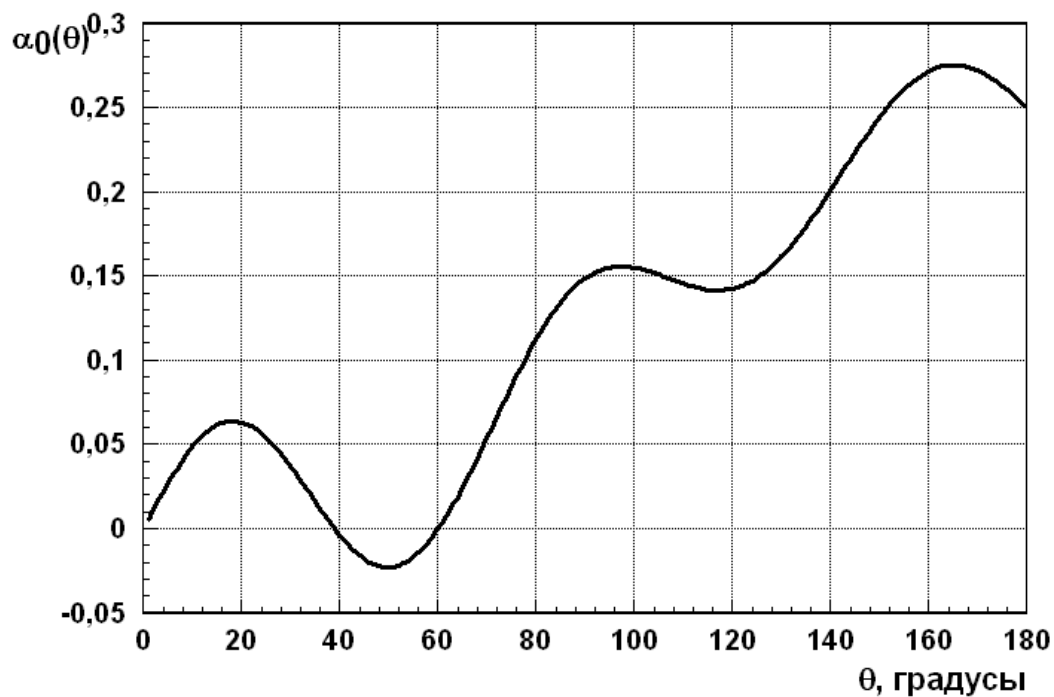
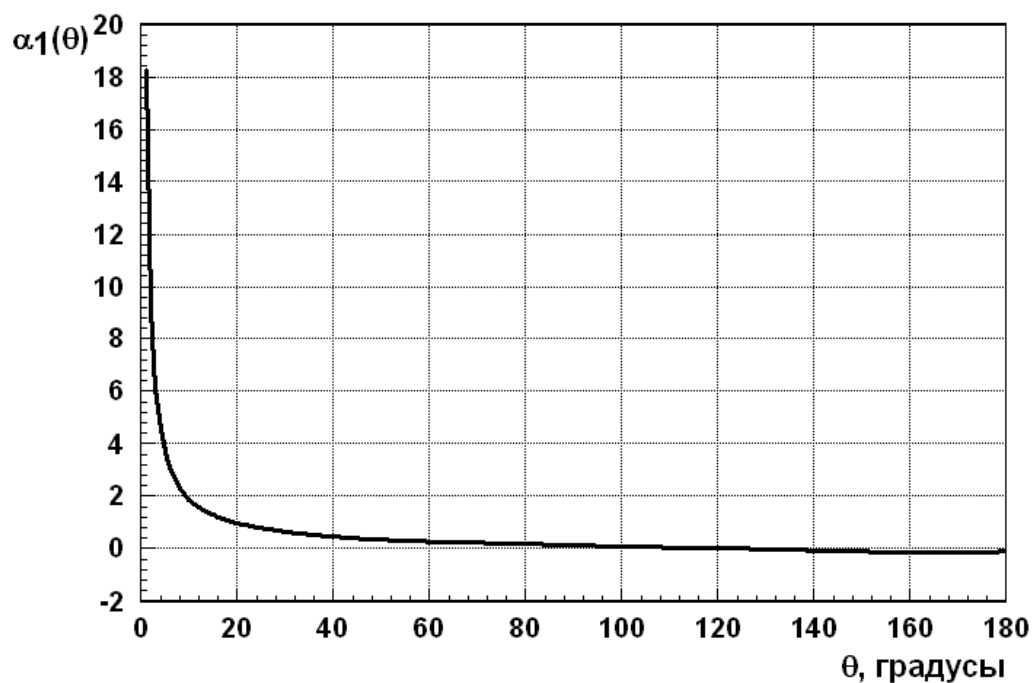


Рисунок 6. Зависимость от времени входного сигнала

На рисунках 7-9 приведены вычисленные нами коэффициенты Берга  $\alpha_0(\theta)$ ,  $\alpha_1(\theta)$ ,  $\alpha_2(\theta)$ , соответственно.

Рисунок 7. Рассчитанная угловая зависимость коэффициента Берга  $\alpha_0(\theta)$ Рисунок 8. Рассчитанная угловая зависимость коэффициента Берга  $\alpha_1(\theta)$

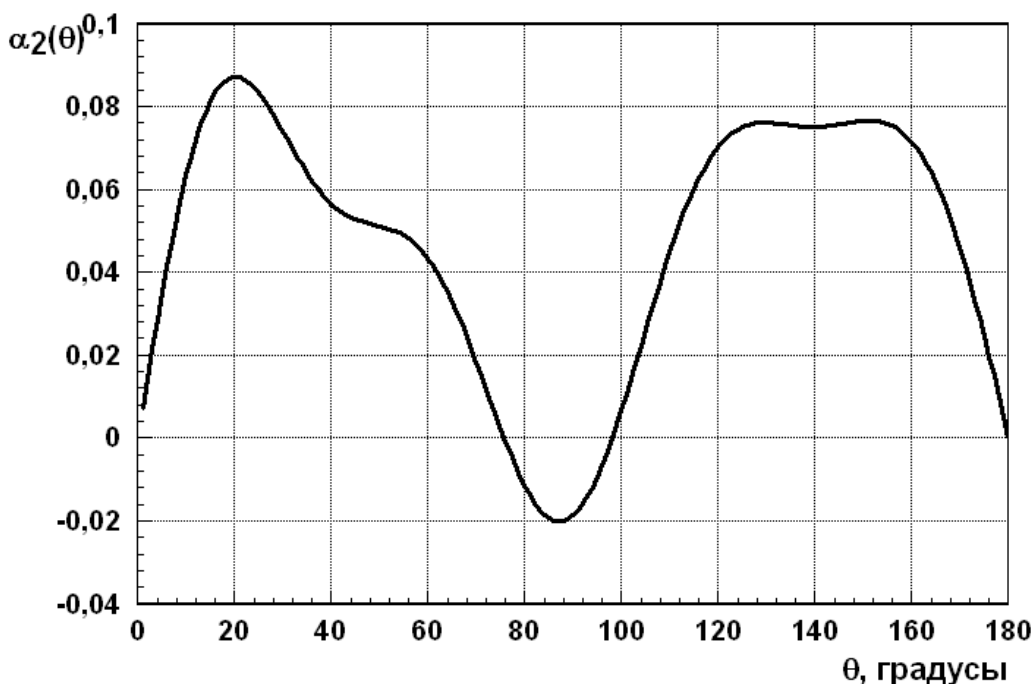


Рисунок 9. Рассчитанная угловая зависимость коэффициента Берга  $\alpha_2(\theta)$

## ▲ Выводы

В работе на основе методов гармонического анализа построена методика расчета коэффициентов Берга нелинейного элемента для случая входного воздействия в виде двух гармонических сигналов. Результаты работы могут быть полезны при определении спектральных составляющих сигнала в беспроводных системах связи для поиска компромисса между линейностью системы и ее энергоэффективностью.

## ▲ Литература

- [1] ГОСТ Р 50397-2011 (МЭК 60050-161:1990). Совместимость технических средств электромагнитная. Термины и определения.
- [2] Пудовкин А. П. Электромагнитная совместимость и помехозащищенность РЭС: учебное пособие / А. П. Пудовкин, Ю. Н. Панасюк, Т. И. Чернышова. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. – 92 с. (<http://www.tstu.ru/book/elib2/pdf/2013/pudovkin3.pdf>).
- [3] Кулешов В. Н. Генерирование колебаний и формирование радиосигналов / В. Н. Кулешов, Н. Н. Удалов, В. М. Богачев. – М.: МЭИ, 2008. – 416 с.
- [4] Преображенский А. П. Алгоритмизация и оптимизация технологических процессов создания изделий интегральной электроники / А. П. Преображенский, О. Н. Чопоров // Информационные технологии моделирования и управления. – 2017. – Т. 104. – № 2. – С. 84-93.

- [5] Lvovich I.Ya., Lvovich Ya.E., Preobrazhenskiy A.P., Choporov O.N., Saleev D.V. The influence of uncontrolled parameters // Труды XIII международной научно-технической конференции актуальные проблемы электронного приборостроения, Proceedings: in 12 volumes. – 2016. – С. 71-74.
  - [6] Стеценко О. А. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для студ. вузов / О. А. Стеценко. – М.: Высшая школа, 2007. – 432 с.
  - [7] Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для студ. вузов / И. С. Гоноровский, М. П. Демин. – М.: Радио и связь, 1994. – 480с.
  - [8] Радиопередающие устройства: Учебник для вузов / Под ред. В. В. Шахгильдяна. – М.: Радио и связь, 2003. - 560 с..
  - [9] Дахнович А. А. Радиотехнические цепи и сигналы: учебное пособие / Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 176 с. ([http://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2009/Dachnoc\\_c.pdf](http://www.tstu.ru/book/elib/pdf/2009/Dachnoc_c.pdf), пункт 7.1.2.).
  - [10] Конспект лекций по курсу «Радиотехнические цепи и сигналы» / Сост. В. Г. Патюков Е. В. Патюков В. Б. Кашкин. – Красноярск. СФУ, 2007. 200 с. [http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/58/u\\_lectures.pdf](http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/58/u_lectures.pdf) (стр. 140-141).
  - [11] Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г. Б. Двайт. – М.: Наука, Гос. изд. физ-мат. лит., 1966. – 228 с.
- .....

**Alexander Plotnikov**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Voronezh Institute of High Technologies  
E-mail: aa-plotnikov@vvt.ru

**Daria Schetnicova**

student,  
Voronezh Institute of High Technologies  
E-mail: shetnikova\_dasha@mail.ru

**Juraj Štefanovič**

Doctor of Sciences (Engineering),  
Pan-European University, Bratislava, Slovakia  
e-mail: juraj.stefanovic@paneurouni.com